

INTRODUCCIÓN DEL ANÁLISIS DE FOURIER COMO HERRAMIENTA EN EL ESTUDIO DEL COMPARTIMEINTO DE LECHOS FLUIDIZADOS GAS SÓLIDO.

José Antonio Martínez Pons

Jesús Guardiola Soler

Departamento de Química Analítica e Ingeniería Química.

Universidad de Alcalá . Madrid . España.

Correo electrónico joseantonio.martinez@uah.es

Resumen : El análisis de Frecuencias o análisis de Fourier es una de las herramientas más comúnmente utilizadas en una primera inspección de un sistema complejo. Además de ser una técnica de fácil implementación informática, permite un primer conocimiento del comportamiento del sistema físico al que se aplica al detectar la posibles periodicidades y la importancia de éstas. En este trabajo se aplica al estudio del régimen de fluidización de lechos fluidizados gas sólido

1.- INTRODUCCIÓN

El análisis de Fourier tiene por objeto buscar las frecuencias dominantes de una señal aparentemente periódica. Su aplicación al estudio del lecho fluidizado aparece frecuentemente en la bibliografía.

Normalmente se suele procesar la señal directa, obtenida a través de fluctuaciones de presión, de capacitancia, de transmisión luminosa, en cualquier gama de frecuencias, desde γ hasta infrarrojo, incluso variaciones acústicas o térmicas.

La información que proporciona es amplia y permite el conocimiento de las propiedades dinámicas del lecho e incluso determinar la transición de un estado de fluidización a otro diferente.

Otra de sus aplicaciones es discriminar sobre la existencia o no de caos, aunque para algunos autores como Shousten, y Van den Bleek (1998) no sea un indicador claro y en cualquier caso siempre subjetivo y cualitativo, en el sentido de que una señal con muchas frecuencias, pero sin banda continua indicaría caos, pero en la práctica el paso de "banda continua" a "no continua" no es en absoluto claro y el límite entre ambas tiene bastante de subjetivo.

No obstante la mayoría de autores citados en el apartado bibliográfico inician el análisis del comportamiento de los sistemas fluidizados, en incluso de cualesquiera en los que se sospecha la existencia de periodicidad o caos, por la transformada de Fourier, metodología recomendada por ejemplo por Rañada (1994) o Manrubia y Solé (1993).

El análisis se realiza con base en el espectro de potencia de la transformada de Fourier: Un sistema que presente unas pocas frecuencias, claramente dominantes es indicativo de una fuerte componente periódica o pseudoperiódica en su comportamiento, mientras que muchas frecuencias diferentes pueden indicar caos o al menos aleatoriedad, opinión en la que coinciden la gran mayoría de autores. El análisis del mismo lecho en distintas condiciones de trabajo permite, como se verá más adelante determinar el paso o transición entre los distintos comportamientos del lecho.

La técnica de cálculo habitual es la llamada "*Transformación Rápida de Fourier*" (FFT); tiene la ventaja, respecto los métodos convencionales, que sin pérdida de rigor en el análisis, permite su cálculo con muchas menos operaciones, lo que se traduce en una mayor facilidad de implementación del algoritmo y una

mayor rapidez en la obtención del resultado. El mayor inconveniente que plantea es la necesidad de contar con un número de puntos experimentales que sea una potencia exacta de 2. En este trabajo se ha utilizado el algoritmo completo, programado en Matlab, extendido a toda la muestra, sin embargo, en general la información proporcionada por muestras de 1024 ítem se han mostrado como suficientemente significativas. No debe olvidarse que la frecuencia de Nyquist con que se ha operado es de $74,42 \text{ s}^{-1}$: En la práctica y para garantizar que se producirá solapamiento de señal "aliasing" suele incluirse un filtro de paso bajo que elimina las frecuencias por debajo de la mitad de la frecuencia de Nyquist, sin embargo en este caso no parece necesario.

2.- REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Clark, y otros (1991), analizan oscilaciones de presión en un lecho cilíndrico bifásico medidas directamente por diferencia entre dos sondas, una dentro del lecho y otra prácticamente fuera del mismo, y aplican la FFT a series de datos tomados a intervalos iguales. Consideran que la frecuencia dominante que obtienen es la propia de oscilación del lecho. Comparan los resultados con los obtenidos a partir de la función de autocorrelación: la frecuencia dominante en este caso correspondería al intervalo hasta el primer máximo ("pico") de dicha función.

Análogo tratamiento entre la señal de dos de los sensores diferentes conduce a la correlación cruzada, técnica también empleada por estos autores, así como la función de densidad espectral.

Ponen de manifiesto la concordancia entre los resultados obtenidos por los tres métodos.

Llop y Arnaldos, 1997, también utilizan el análisis espectral de las oscilaciones de presión en un lecho fluidizado gas-sólido, concluyendo que el comportamiento de la desviación normal de las fluctuaciones de presión y de la frecuencia dominante de estas encuentra su justificación en los cambios hidrodinámicos que experimenta el lecho con la presión, y el análisis del espectro de potencia demuestra que existe una mayor actividad de las burbujas y una fluidización más vigorosa a presiones más altas.

Lirag y Littman (1971) calculan la distribución de frecuencias a partir de las distancia entre picos de la representación de la señal y concluyen que las fluctuaciones de presión se deben a las fluctuaciones de la

superficie del lecho producidas por las burbujas de gas que escapan de él. La frecuencia decae con la altura del lecho y aumenta con el tamaño de la partícula, según estos autores, la velocidad relativa de fluidización apenas influye. La amplitud de la componente periódica aumenta con la altura del lecho, el tamaño de la partícula y la velocidad del gas impulsor.

Fan, y otros (1981) a partir del estudio, de las frecuencias dominantes de las fluctuaciones de presión, concluyen que estas dependen en la región superior del lecho del movimiento de las partículas; en la próxima al distribuidor de los chorros ("jets") y en la zona media la formación y crecimiento de las burbujas. La frecuencias dominantes las obtiene por la aplicación del análisis de Fourier.

Svoboda y otros, (1983) (1989) para el estudio de lechos fluidizados a temperaturas altas utilizan la función de densidad espectral que se define como

$$G_p(f) = 2 \int_{-\tau_m}^{\tau_m} R_p(\tau) \cos(2\pi f\tau) d\tau ;$$

donde R_p es una función de autocorrelación en el intervalo $[-\tau_m, \tau_m]$ y f la frecuencia de la oscilación. La frecuencia dominante la obtienen por análisis de Fourier y analizan la relación entre esta frecuencia dominante y las condiciones de operación: velocidad del gas y temperatura. Concluyen que la frecuencia dominante se reduce lentamente con la velocidad del gas pero presenta un "salto" de discontinuidad brusco, al menos para los rellenos que analizan, carbón principalmente, a velocidad reducida $1 < Ur < 1,5$.

Satija y Fang (1985) hallan la frecuencia dominante a partir de la función de densidad espectral para lechos de partículas de diámetro elevado (varios mm) y de esta función deducen la transición de un régimen a otro.

Weimer y Gyre (1985) analizan la señal procedente de la absorción/transmisión de rayos gamma en un lecho fluidizado de esferas de polímero "styrofoam" de baja densidad y elevado diámetro, siempre del orden centimétrico, y encuentran correlaciones entre la frecuencia dominante y las propiedades físicas y geométricas de lecho y partícula.

Dhodappkar y Klinzing (1993) estudian las fluctuaciones de presión en lechos fluidizados de partículas de los tipos A y B de la conocida clasificación de Geldard analizando su espectro de frecuencias. Este espec-

tro es invariante y reproducible; la contribución del ruido de fondo de los transductores que usan a la señal es despreciable, así como el propio efecto pantalla y demás efectos colaterales que los sensores producen al estar introducidos en el lecho.

Buscan una relación entre la potencia espectral de las oscilaciones de presión y el estado de fluidización del lecho. La señal depende del diámetro de las partículas, las características geométricas del lecho, el tipo de distribuidor, la velocidad superficial del gas así como de la ubicación del sensor. Según estos autores, las oscilaciones de presión se deben al paso de las burbujas por el sensor y la frecuencia dominante es mayor cuanto más cerca del distribuidor se sitúa el sensor, debido a que cuanto más próximo se está a éste, más pequeñas y numerosas son las burbujas. Las burbujas grandes producen una señal más periódica.

Operan con la función de densidad de probabilidad (PDF) que definen como

$$p_i = N_i K / (N (p_{\max} - p_{\min}))$$

donde p_i representa la función de densidad de probabilidad

N_i/N la fracción de puntos que caen en un determinado intervalo

K número de clases o intervalos

$(p_{\max} - p_{\min})$, el intervalo de presiones

Concluyen que la PDF efectivamente depende del diámetro de las partículas, las características geométricas del lecho, el tipo de distribuidor, la velocidad superficial del gas así como de la posición del sensor.

Asimismo que los lechos bajos pueden analizarse con los sensores en el centro del lecho; La intensidad de las fluctuaciones en materiales Geldard tipo B es máxima a media altura del lecho, en los tipo A decrece continuamente desde la superficie superior del lecho. También encuentran que el campo de frecuencias proporciona mejor información que el de amplitudes y que el espectro adimensionales decir, el que se obtiene previa normalización como se ha descrito antes, se muestra, considerando su banda de incertidumbre, como un instrumento efectivo para establecer la relación entre el estado de fluidización del lecho y su densidad espectral de fluctuaciones de presión.

Lancia, y otros (1988) analizan por técnicas semejantes las fluctuaciones de capacidad en sensores de capacitancia, para partículas milimétricas de vidrio

McKain, y otros (1994) aplican entre otros la transformada de Fourier al estudio de las señales térmicas

recogidas por un sistema de termopares en el seno de un lecho fluidizado trifásico.

Kikuchi, y otros (1995) con una sonda óptica introducida en el lecho analizan los aspectos fractales de la hidrodinámica del lecho fluidizado. Representando la densidad de potencia espectral frente a la frecuencia concluyen que la hidrodinámica de un lecho fluidizado trifásico es esencialmente caótica.

Taxil y otros (1997) analizan el comportamiento de las oscilaciones de presión de un lecho fluidizado gas sólido de catalizador, con tomas de datos en distintas posiciones del lecho. Entre otras herramientas emplean el análisis frecuencial, dividiendo la muestra en tramos y estudiando su frecuencia dominante promedio. De ella analizan la amplitud y la anchura a media altura, lo que les proporciona un "ancho de banda" de referencia. Observan que su comportamiento varía según las posiciones relativas de los sensores y que parece atenuarse con la altura del lecho en reposo.

Van Lare y otros (1997) con dos sensores de capacitancia separados 10 cm combinan la FFT de la señal de la que extraen una frecuencia promedio con las funciones de correlación cruzada entre los sensores para obtener los tiempos medios de paso de burbuja y de ahí obtener las características media de las burbujas y su velocidad de ascenso.

Villa Briongos utiliza el análisis de frecuencias de la transmitancia láser de un lecho fluidizado, previo paso por un filtro de paso bajo para la determinación de los distintos regímenes de fluidización tanto en 2D (lechos de sección rectangular estrecha) como en 3D (lechos de sección circular) tanto para determinación del régimen de fluidización como para verificación de las condiciones de semejanza y escalado.

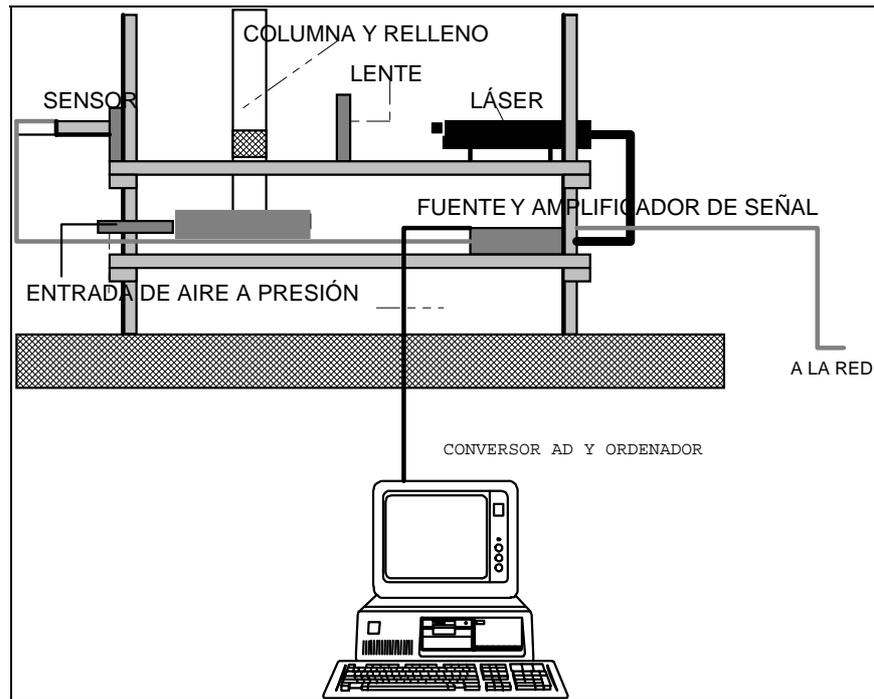


Figura 1 Vista del equipo experimental

EXPERIMENTAL:

El dispositivo experimental es el mismo que le utilizado en trabajos anteriores por lo que no se abundará en su descripción pormenorizada, solo se recuerda que en este trabajo la señal que se analiza son las fluctuaciones de transmitancia de un rayo láser de 4 cm de alto y un mm de ancho, captadas mediante un sensor PSD.

Esta señal tiene entre otras, la ventaja de no ser intrusiva, ni, dada la baja potencia del láser que se utiliza, inducir modificaciones físicas o químicas relevantes en el lecho.

Además es posible su posición relativa en cualquier parte del lecho, con la flexibilidad que ello significa.

El dispositivo experimental utilizado, figura 1, consta del sistema de fluidización - columna rectangular, o cilíndrica, según los ensayos. relleno e impulsión del aire -, la toma de datos - emisor de rayos láser, lente colimadora y sensor - y la captura y tratamiento informático de la señal. En todos los casos, con los correspondientes accesorios para el correcto funcionamiento de la instalación y lograr los fines pretendidos en los diferentes ensayos.

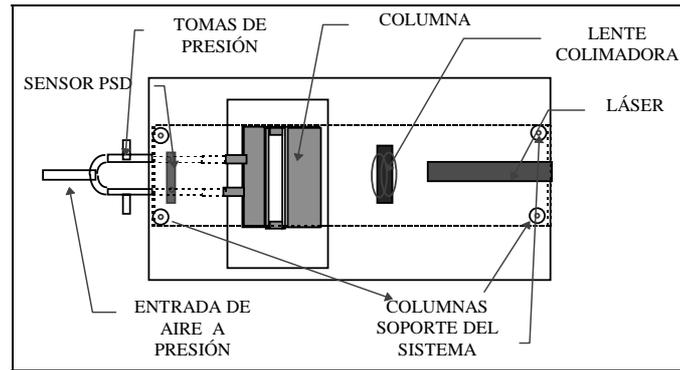


Figura 2 Vista superior del equipo experimental.

El material de acero es una mezcla microesferas de vidrio y acero con lo que se pretende simular, a escala de laboratorio distintas condiciones ópticas y electrostáticas del relleno.

La proporción de acero en la mezcla total vidrio-acero utilizada en la experimentación es de, en % en peso:

0 - 10 - 15 - 20 - 25 - 30

La introducción de acero en la mezcla se justifica, primero para minimizar efectos de electrificación que conducirían, entre otros inconvenientes, a la adherencia de relleno a las paredes de la columna, lo que podría enmascarar las medidas reales, y también para estudiar los efectos que pueden tener las distintas características ópticas del relleno, siempre dentro de unos límites moderados, próximos a las condiciones reales de trabajo.

La cantidad de relleno es la correspondiente a las alturas siguientes de lecho fijo, H_0 , en mm.

40, 80, 120

Dada la forma de operar del sensor PSD, consistente en dos fotodiodos dispuestos verti-

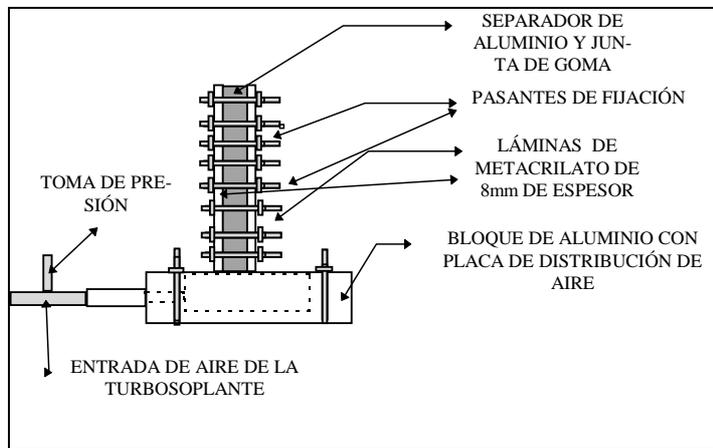


Figura 3.- Detalle de la columna de fluidización.

calmente, de modo que la diferencia de iluminación entre ambos genera una diferencia de tensión de salida, lo que se mide es la posición del centro de masas óptico de la banda analizada, que un calibrado adecuado, muestra que es de 34,375 mm. Un algoritmo transforma las variaciones de tensión generadas en el PSD y las convierte en mm, guardando las serie en un archivo tipo ".dat", que puede ser fácilmente tratado por la mayoría de programas genéricos o específicos

Se han tomado series de 10200 datos con un intervalo de 6,5 ms. Esta señal debidamente acondicionada y amplificada, es enviada al ordenador.

3.- RESULTADOS

La simple observación de la señal tal como se obtiene, parece indicar oscilaciones de corto periodo, lo que confirma la transformada de Fourier. El análisis de la mayoría de espectros confirma que no existe "aliasing" y asegura que el número de ítems considerados es suficiente para un análisis completo de la diná-

mica del lecho.

En general no se han encontrado señales con una frecuencia dominante clara, sin embargo tampoco puede hablarse de espectros de banda continua. Las bandas son estrechas lo que no permite, como hacen otros autores (Taxil y otros, 1997) con otras señales, analizar el ancho de banda y sacar conclusiones. La forma de los espectros de potencia indica una importante componente caótica en la señal tratada.

Las frecuencias que aparecen son en general menores que las que se encuentran por otros autores midiendo con sensores de presión. Normalmente los valores significativos siempre en el sentido de una señal de potencia apreciable, se sitúan siempre por debajo de los 13 Hz, no pareciendo en ningún caso la señal de 50 Hz que a otros autores les aparece de forma ubicua, tal vez con armónico de la frecuencia de la corriente alterna con que se alimenta el sistema. Es probable que al estar nuestro sistema aislado y alimentado por corriente previamente rectificadas, e iluminado por rayo láser, no luz de incandescencia "blanca" , el problema se solucione. Dada la frecuencia de Nyquist y el número de ítems experimentales el campo de exploración cubre esta frecuencia de 50 Hz, alcanzando los 80 Hz

En resumen se puede afirmar que

- a) Las frecuencias dominantes son relativamente bajas.
- b) Aparecen estados en los cuales el espectro presenta una multitud de picos y que de repente estos se reducen a unos pocos.
- c) Estos cambios coinciden con cambios en el régimen dinámico del lecho.
- d) La potencia espectral de las respectivas frecuencias presenta una imagen con un decrecimiento aproximadamente exponencial, lo que indica caos
- e) No aparecen los típicos espectros de banda ancha que podrían interpretarse como simple aleatoriedad.
- f) El comportamiento general se repite en todas las condiciones de operación.

En el presente trabajo y para la señal que se ha tratado, sólo se ha podido observar que un cambio en

régimen de fluidización viene acompañado de un cambio sustancial en la transformada de Fourier, lo que por otra también se traduce por cambios significativos en la desviación típica y el paso a distintos regímenes de caos, como ponen de manifiesto, por ejemplo, los autovalores principales, la entropía de Kolmogorov o la función de correlación. Debe notarse que aparece una cierta tendencia hacia el orden aparece cuando el lecho pasa de fluidización incipiente a burbujeante que es más acentuada en los lechos binarios vidrio - acero lo que podría interpretarse una vez más, teniendo en cuenta el cambio de sistema controlante, así, a velocidades reducidas bajas controla la fase sólida y hay segregación entre los componentes de la fase sólida del relleno, puesto que las características ópticas del acero y del vidrio son distintas, el acero finamente pulverizado, como es el caso, es prácticamente opaco aún en muy pequeñas cantidades, mientras que el vidrio, aun en reposo y llenando por completo la columna para el espesor con que se trabaja, 3 cm, permite algo de paso de luz en consecuencia la respuesta a la señal óptica incluye la distribución irregular de la materia más opaca. Conforme el acero se distribuye más uniformemente, la homogeneidad de las propiedades ópticas de la fase sólida se va estableciendo. Sin embargo aparecen burbujas que de modo más o menos caótico van creando irregularidades ópticas en el sistema. La primera ventana de orden se produce cuando la fase sólida es ya uniforme y sin embargo todavía las burbujas son pequeñas y están uniformemente distribuidas. A partir de aquí empieza a desordenarse el sistema puesto que el ascenso y coalescencia de las burbujas va incrementando su caoticidad. A velocidades superiores el sistema entra en una fase prácticamente de pistón, con una reorganización lo que conlleva, una reducción del número de frecuencias dominantes.

Comparando con la entropía de Kolmogorov, indicador de existencia de caos por excelencia, se ha encontrado correspondencia entre y valores elevados de este indicador y un número alto de frecuencias.

Examinado series de medidas se puede seguir la "ruta hacia el caos" de forma gráfica. Véase por ejemplo la figura en la que se observa como las frecuencias van aumentando.

Como criterio de selección de las frecuencias representadas se ha tomado aquellas que superan el 25% de la máxima. Es evidentemente un criterio subjetivo. Además, dado que algunas de las bandas realmente suponen dos o más muy próximas superpuestas se ha optado por representarlas todas. Confirmar cuantitativamente la constante de Feigenbaum no es posible debido al escaso número de valores de que se dispone lo que impide fijar exactamente las bifurcaciones. Sin embargo obsérvese como se repiten

frecuencias en la zona "poco caótica" tal es la 10,026 Hz en el ejemplo mostrado y como esta frecuencia se "divide".

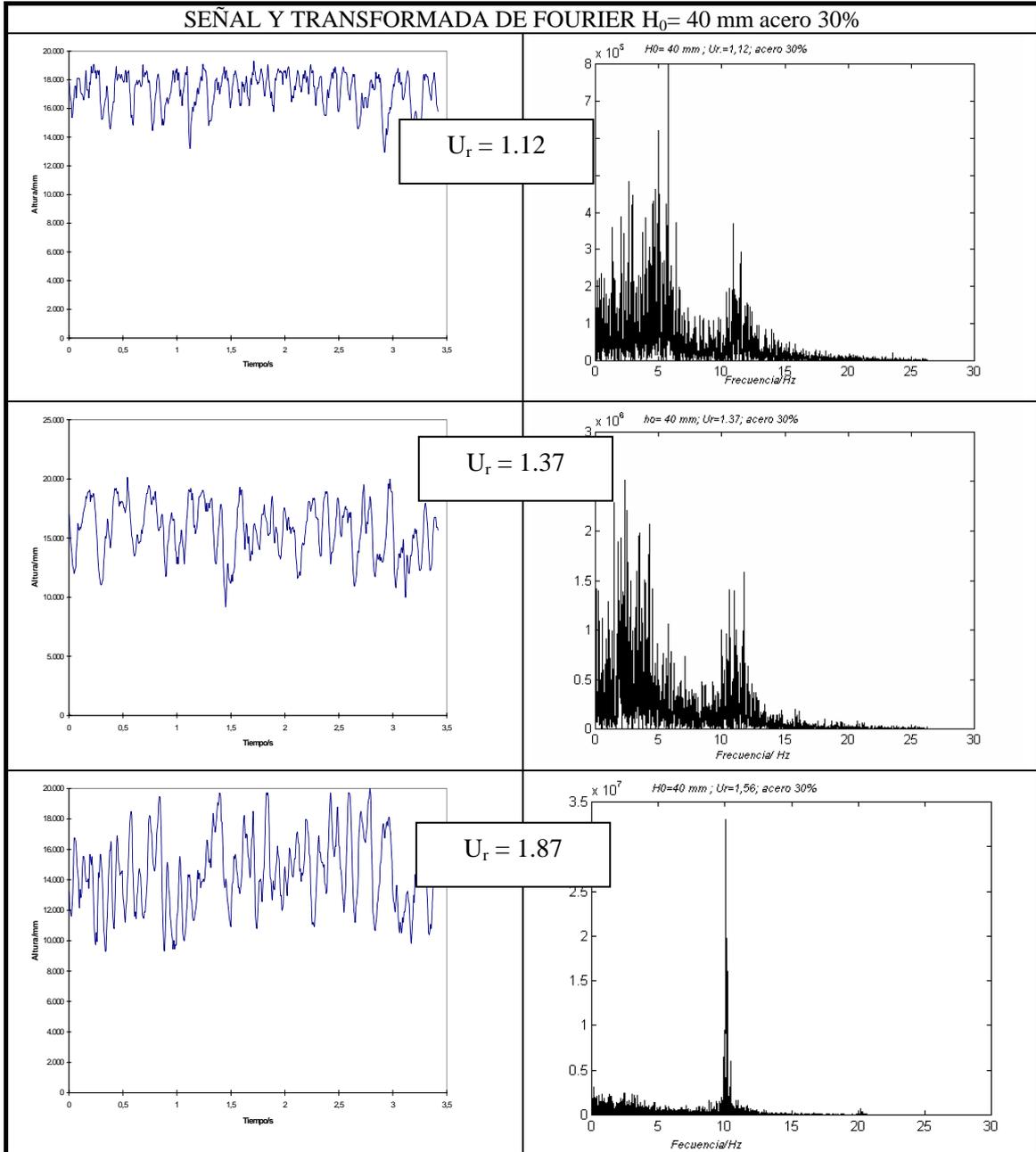
Dado el escaso número de valores de que se dispone no puede reconstruirse de forma definitiva el espectro de bifurcaciones del sistema sin embargo la imagen es suficientemente sugerente.

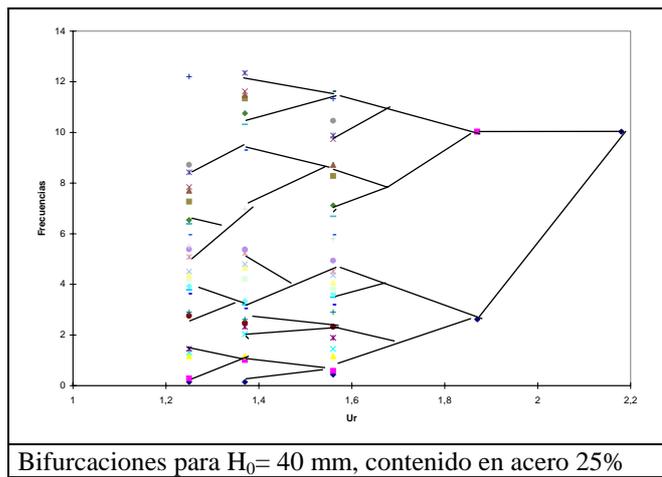
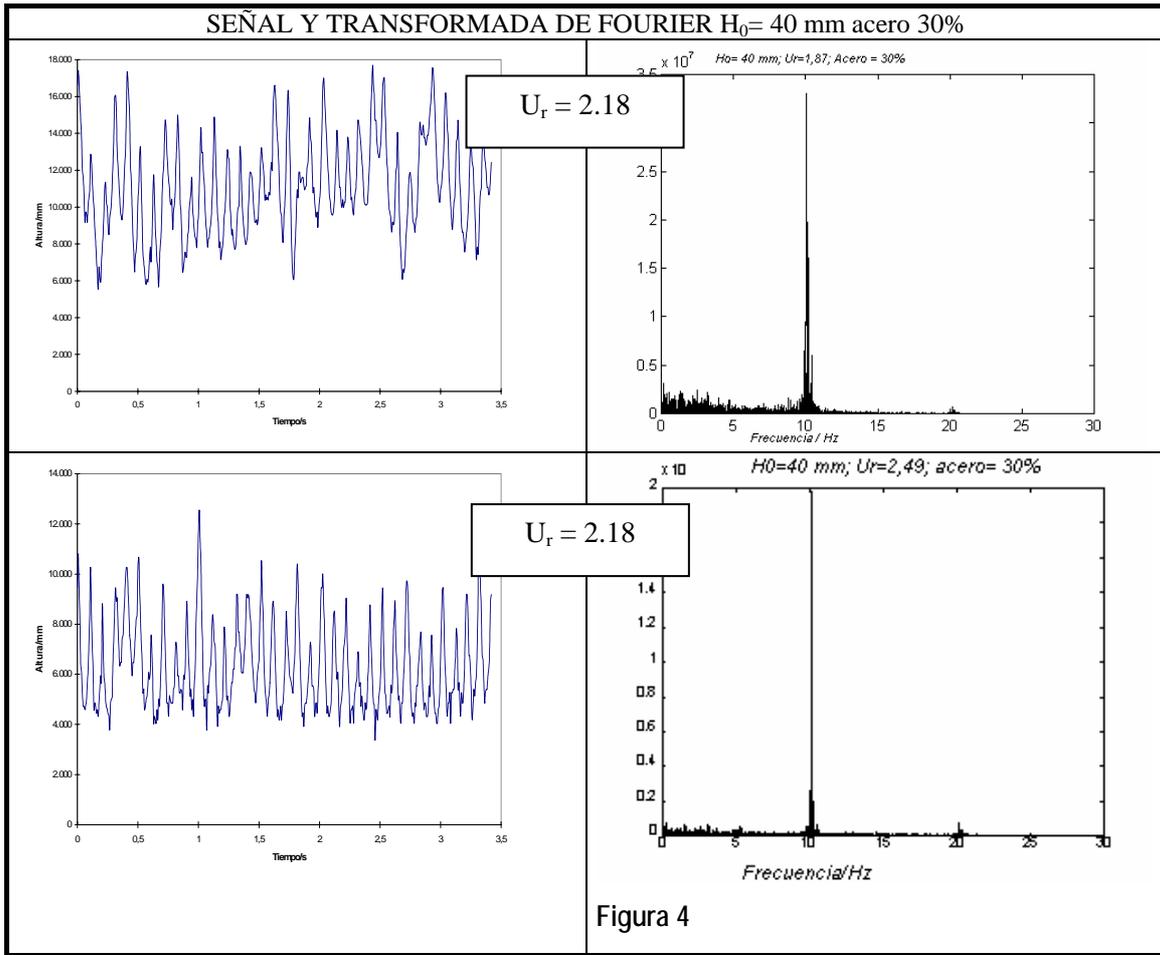
Respecto a la frecuencia dominante no parece necesaria su normalización puesto que todos los experimentos se han realizado con el mismo número de muestras y en el mismo tiempo es decir, las normalizaciones propuestas por Dhodappkar y Klinzing (1993) no parece que mejoren la información.

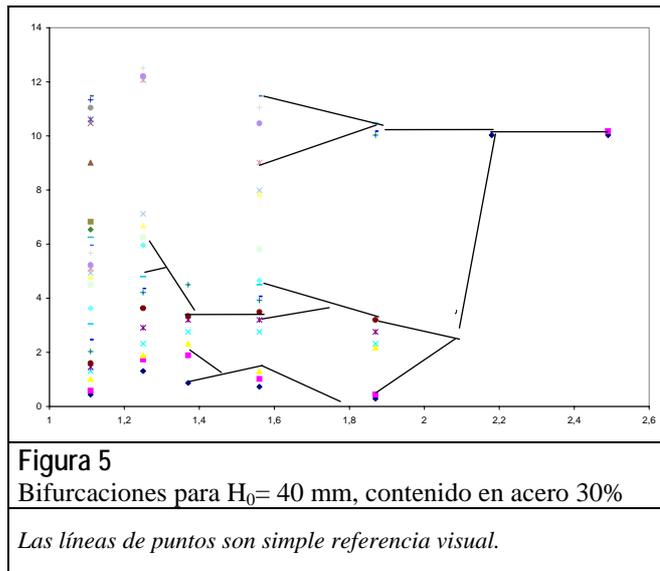
Se observa una cierta tendencia inicial a crecer esta frecuencia dominante con la U_r , para alcanzar un máximo y decrecer para o bien estabilizarse o seguir creciendo muy moderadamente, véase como ejemplo la figura No parece desprenderse una secuencia cuantitativa en lo que se refiere a la frecuencia dominante ni al valor absoluto de la potencia espectral asociada.

En todo caso se aprecia una tendencia al aumento tanto en la altura de la señal como en el propio valor de la frecuencia dominante cuando aumenta la velocidad reducida. Lógicamente, dado que la potencia espectral depende en cierto sentido de la potencia que se suministra al sistema, la altura de los picos será función tanto de la energía total disponible como del número de frecuencias entre las que se reparte y este depende, no sólo del propio régimen del sistema que se estudia, sino de la extensión a que se aplica el análisis, ya que según se ha visto en este trabajo no se ha detectado en ningún experimento, ninguna señal significativa por encima de los 12 Hz, al realizar el análisis a lo largo de una serie temporal mayor, la potencia espectral de los valores dominantes en mayor y en este sentido establecer una comparación entre distintos regímenes de fluidización puede inducir a errores.

En las figuras 4 y 5 que siguen muestran algunos ejemplos típicos en los que puede apreciarse lo expuesto así como seguir la ruta hacia el caos del sistema analizado. Obsérvese como a velocidades reducidas bajas el espectro de Fourier presenta bastantes frecuencias, sin embargo, a $U_r = 1,87$, el espectro queda reducido a unas pocas y muy agrupadas frecuencias dominantes, situación que se mantiene en el ensayo mostrado, aunque en otros casos, vuelva a repetirse un espectro con mayor número de frecuencias. Obsérvese también como la información de la propia señal, aunque de modo cualitativo, experimenta un sensible cambio, en el sentido de "hacerse más periódica".







RUIDO Y TRANSFORMADA DE FOURIER.

La señal normalmente viene corrupta en mayor o menor grado por el ruido.

El ruido como se ha dicho, presenta un espectro de banda ancha, es decir, un conjunto de frecuencias prácticamente continuo. La amplitud de estas frecuencias por tanto es relativamente pequeña.

Cuando el ruido se añade a una serie periódica la señal que se registra presenta unas amplitudes que son la suma de las amplitudes de la señal periódica y del ruido. La transformada de Fourier de la señal presenta un aspecto que depende de la intensidad del ruido.

Pueden ocurrir tres casos

- 1.- El ruido es muy poco intenso. En este caso su influencia sobre la señal es pequeña. La amplitud del espectro de banda ancha asociado al ruido es muy pequeña y la frecuencia dominante es la de la señal periódica en todo caso ligeramente modificada por la aparición de un espectro de muy baja amplitud asociado al ruido. La amplitud de la potencia de la señal corrupta es inferior a la de la señal sin ruido pero en la misma frecuencia. En la figura 5 puede observarse el fenómeno. La señal periódica es una sinusoidal cuya amplitud es, el 75% de la amplitud máxima del ruido.
- 2.- El ruido es muy intenso. En este caso el espectro del ruido se superpone por completo a la señal periódica y esta desaparece en el conjunto de banda ancha. La señal por tanto, caso de que exista no se registra.
- 3.- Se produce cuando el ruido presenta una amplitud crítica en relación con la señal de tal modo que la

señal en las cresta se ve reforzada. En este caso la transformada de Fourier del conjunto presenta una cierto espectro de banda ancha en el que destaca un pico correspondiente a la señal periódica, de amplitud espectral mayor que la señal pura. Cuando esto ocurre se dice que ocurre una fenómeno de resonancia estocástica, Moss y Wiesefeld (1995), Maddox (1994).

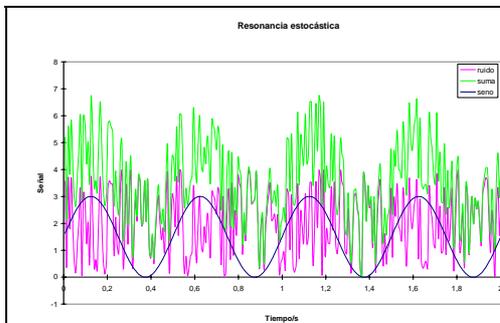


Figura 6

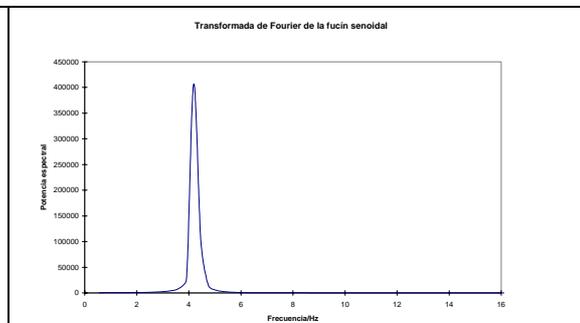


Figura 7

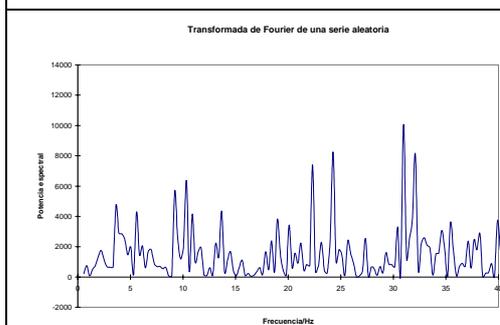


Figura 8

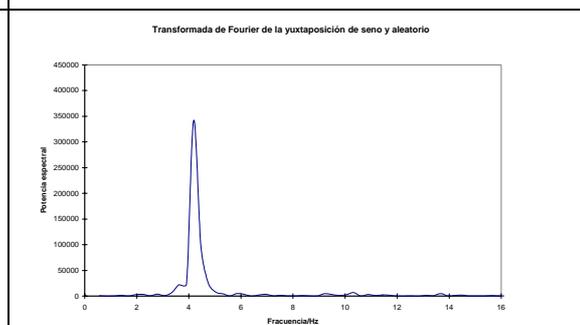


Figura 9

El análisis de las figuras 6,7 y 8 pone de manifiesto lo dicho obsérvese como el pico representado en las figura 6 y 8 se presenta en la misma posición, pero como en la figura 8 es de menor altura. Ello indica que el ruido no se ha superpuesto a la señal pero que tampoco ha ocurrido resonancia estocástica.

Refiriendo lo dicho a la fluctuaciones aquí analizadas es evidente que la señal transporta una energía global mucho mayor que la señal de ruido, inevitable, en consecuencia la superposición de ambas señales dará como resultado, a lo sumo una debilitación de la potencia de las señales dominantes, pero manteniéndolas claramente. No obstante, la resonancia estocástica podría ser la causa de algunos casos en los cuales la amplitud de la frecuencia dominante aumenta no obstante la observación de la señal parecer "mas sucia", véase, por ejemplo, la serie correspondiente a $H_0 = 40$ mm, contenido en acero 30%.

.NOMENCLATURA.

FFT Fast Fourier Transform

PDF Espectro de potencia

H_0 Altura del lecho fijo

U_r Velocidad reducida de fluidización

χ Contenido en acero en tanto por ciento en masa.

BIBLIOGRAFÍA

1. Clark, N.N.; McKenzie, Jr. E.A. y Gautam, M. (1991). "Differential Pressure Measurements in a Slugging Fluidized Bed". *Powder Technol.*, **67**, 187-199.
2. Dhodapkar, S.V. y Klinzing, G.E. (1993). "Pressure Fluctuation Analysis for a Fluidized Bed". *AIChE Symp. Series*, **296** (89), 170-183.
3. Díaz Pardo, P. (1999). Tesis de Licenciatura. Universidad de Alcalá. Alcalá.
4. Kikuchi, R.; Tsutsumi, A. y Yoshida, K. (1996). "Fractal Aspect of Hydrodynamics in a Three-Phase Fluidized Bed". *Chem. Eng. Sci.*, **51** (11), 2865-2870.
5. Kikuchi, R.; Yano, T.; Tsutsumi, A.; Punchochar, M. y Drahos, J. (1997). "Diagnosis of Chaotic Dynamics of Bubble Motion in a Bubble Column". *Chem. Eng. Sci.*, **52** (21,22), 3741-3745.
6. Lancia, A.; Nigro, R.; Volpicelli, G. y Santoro, L. (1988). "Transition from Slugging to Turbulent Flow Regimes in Fluidized Beds Detected by Means of Capacitance Probes". *Powder Technol.*, **56**, 49-56.
7. Lirag, R.C. y Littman, H. (1971). "Statistical Study of the Pressure Fluctuations in a Fluidized Bed" *AIChE Symp. Series*, **116** (67), 11-22.
8. Llop, M.F. y Arnaldos J. (1997). "Análisis de las fluctuaciones de pérdida de carga en un lecho fluidizado sólido-gas sometido a presión". *Proceedings of the II European Confer-*

- ence on Fluidization*. pags. 141-147. Bilbao.
9. McKain, D.; Clark, N.; Atkinson C. y Turton, R. (1994). **"Correlating Local Tube Surface Heat Transfer with Bubble Presence in a Fluidized Bed"**. *Powder Technol.*, **79**, 69-79.
 10. Rañada, A. (1994). **"Dinámica clásica"**. Alianza Universidad. Cap. 14 a 16 y Apéndices 1 a 4. Madrid.
 11. Satija, S. y Fan, L.-S. (1985). **"Characteristics of Slugging Regime and Transition to Turbulent Regime for Fluidized Beds of Large Coarse Particles"**. *AIChE Journal*, **31** (9), 1554-1559.
 12. Schouten, J.C. y van den Bleek, C.M. (1992). **"Chaotic Hydrodynamics of Fluidization: Consequences for Scaling and Modeling of Fluid Bed Reactors"**. *AIChE Symp. Series*, **289** (88), 70-84.
 13. Svoboda, K.; Cermak, J. , Hartman, M.; Drahos, J. y Selucky, K. (1984). **"Influence of Particle Size on the Pressure Fluctuation and Slugging in a Fluidized Bed"**. *AIChE Journal*, **30** (3), 513-517.
 14. Svoboda, K.; Cermak, J.; Hartman, M.; Drahos, J. y Selucky, K. (1983). **"Pressure Fluctuations in Gas-Fluidized Beds at Elevated Temperatures"**. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, **22**, 514-520.
 15. Taxil, I.; Guigon, P.; Archimbault, F. y Gauthier, T. A. (1997). **"Analyse des signaux Temporels de Pression dans un Lit Fluidisé Turbulent de FCC"**. *Proceedings of the II European Conference on Fluidization*. Bilbao.
 16. Van Lare, C.E.J.; Piepers, H.W.; Schoonderbeek, J.N. y Thoenes, D. (1997). **"Investigation on Bubble Characteristics in a Gas Fluidized Bed"**. *Chem. Eng. Sci.*, **52** (5), 829-841.
 17. Villa Briongos, J. (2004) **"Estudio de la dinámica caótica de lechos fluidizados sólido gas"**. Tesis doctoral. Universidad de Alcalá